



## **Zentrale Abiturprüfung 2012 Reservetermin**

### **Weiterer Leistungskurs**

### **Mathematik**

### **Fachbereich Technik**

### **Unterlagen für die Lehrkraft**



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft/den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Wird der Aufgabensatz 2 (mit CAS) gewählt, so sind folgende Hinweise zu beachten:

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PCs bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin bzw. dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.

## **6 Aufgabenarten**

1	Analysis
2	Lineare Algebra / Analytische Geometrie
3	Stochastik

## **7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2012**

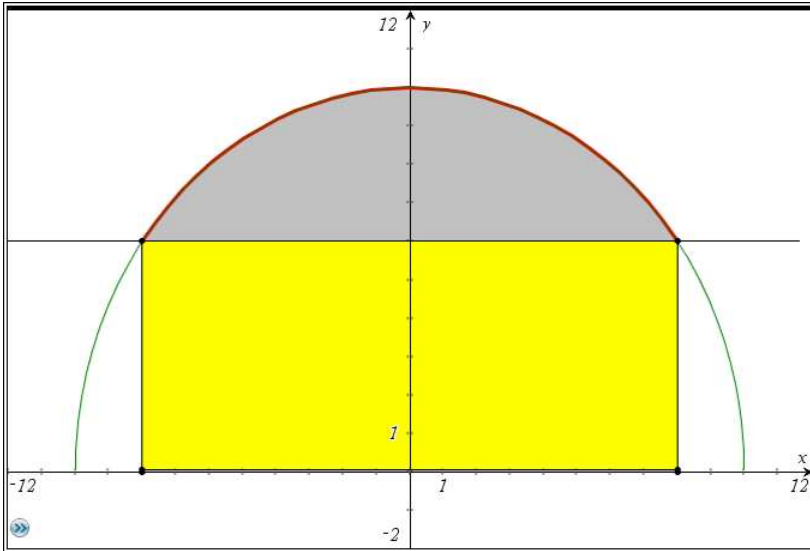
In den drei Aufgaben spiegeln sich die im Punkt 3.1 der „Vorgaben für die Abiturprüfung am Berufskolleg im Jahr 2012“ aufgeführten inhaltlichen Schwerpunkte wieder.

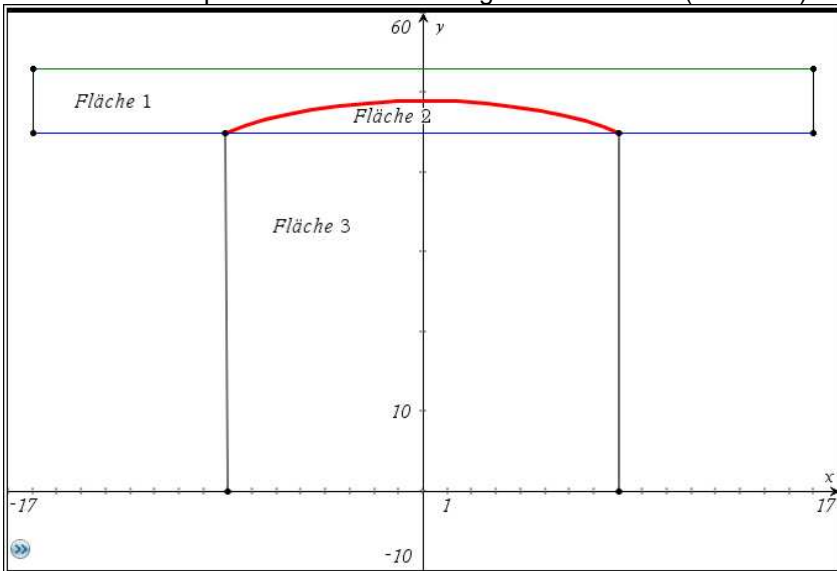


## 8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

### a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
<b>1</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>	
1.1	<p>Der Prüfling</p> <p><b>... ermittelt eine Funktion dritten Grades</b></p> <p>Es sind vier Punkte gegeben, daher muss die ganzrationale Funktion zunächst Grad 3 haben. Die allgemeine Funktionsgleichung dritten Grades lautet:</p> $g(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$ <p>Mit den Punkten:</p> <p><math>P_1(0 / 5000)</math>, <math>P_2(5 / 10000)</math>, <math>P_3(10 / 10000)</math> und <math>P_4(20 / 10000)</math> erhält man das Gleichungssystem:</p> $I \quad 5000 = a_0$ $II \quad 10000 = 125 \cdot a_3 + 25 \cdot a_2 + 5 \cdot a_1 + a_0$ $III \quad 10000 = 1000 \cdot a_3 + 100 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0$ $IV \quad 10000 = 8000 \cdot a_3 + 400 \cdot a_2 + 20 \cdot a_1 + a_0$ <p>Die daraus resultierende Funktionsgleichung lautet:</p> $g(t) = 5t^3 - 175t^2 + 1750t + 5000$	8 (I)
1.2	<p><b>... bestimmt die größte Geschwindigkeit des Lagers im Testintervall</b></p> <p>Bestimmung der ersten und zweiten Ableitung von <math>g(t)</math>:</p> $g(t) = 5t^3 - 175t^2 + 1750t + 5000$ $g'(t) = 15t^2 - 350t + 1750$ $g''(t) = 30t - 350$ <p>Notwendiges Kriterium</p> $g'(t) = 0$ $t \approx 7,26s$ <p>hinreichendes Kriterium</p> $g''(7,26s) < 0$ $g(7,26s) \approx 10395$ <p>Die größte Umdrehungsgeschwindigkeit erfolgt bei 7,26s mit 10 395 Umdrehungen pro Sekunde.</p>	6 (I)

1.3	<b>... berechnet die stärkste Abnahme bzw. Zunahme</b>	6 (II)
	<p>Notwendiges Kriterium</p> $g''(t) = 30t - 350$ $0 = 30t - 350$ $t_w = \frac{35}{3}$ <p>Hinreichendes Kriterium</p> $g'''(x) = 30$ <p>Da die dritte Ableitung der Funktion immer größer 0 ist, liegt an der Stelle</p> $t_w = \frac{35}{3}$ <p>mit dem lokalen Minimum der ersten Ableitung an dieser Stelle die stärkste Verzögerung des Kugellagers vor.</p> <p>Die stärkste Beschleunigung findet zu <math>t = 0</math> statt (Randextremum).</p>	
1.4	<b>... bestimmt die Gesamtzahl der Umdrehungen</b>	6 (II)
	<p>Berechnung der Gesamtzahl durch Anwendung des bestimmten Integrals im Intervall <math>[0; 20]</math></p> $N = \int_0^{20} (5t^3 - 175t^2 + 1750t + 5000) dt$ $N \approx 183\,333$ <p>Die Gesamtzahl der Umdrehungen während des Testprogramms beträgt etwa 183 333 Umdrehungen.</p>	
1.5	<b>... zeigt, dass die ausgesparte Fläche 44,73mm² entspricht</b>	6 (II)
	 <p>Berechnung der y-Koordinate für <math>x = 8</math>: <math>P(8/6)</math></p> <p>Ermittlung des gesuchten Flächeninhalts:</p> $A = \int_{-8}^8 \sqrt{100 - x^2} \cdot dx - 16 \cdot 6 \approx 44,73$ <p>Der gesuchte Flächeninhalt beträgt etwa 44,73 mm².</p>	

1.6	<p><b>... leitet eine Formel zur Berechnung des Volumens ... her</b>  <b>... weist nach, dass das Volumen 65 700 mm<sup>3</sup> beträgt</b></p>	<p>10 (III) 3 (III)</p>
	<p>Der Rotationskörper lässt sich in drei Segmente aufteilen (s. Skizze).</p>  <p>Volumen (durch Fläche 1 erzeugt): <math>V_1 = \pi \cdot \int_{-16}^{16} (53^2 - 45^2) \cdot dx \approx 78\,816</math></p> <p>Kugelausschnitt (Fläche 2)  Die Halbkreisgleichung muss um 39 mm nach oben verschoben werden:  <math>k(x) = \sqrt{r^2 - x^2} + 39</math>  <math>V_2 = \pi \cdot \int_{-8}^8 (\sqrt{100 - x^2} + 39)^2 \cdot dx \approx 114\,893</math></p> <p>Für das Volumen <math>V_3</math> ergibt sich (z. B. mit der Volumenformel für Zylinder)  <math>V_3 = \pi \cdot 45^2 \cdot 16 \approx 101\,788</math></p> <p>Berechnung des gesamten Volumens aus geeigneter Zusammensetzung der Teilvolumina: <math>V = V_1 - (V_2 - V_3) \approx 65\,711</math></p> <p>Das Gesamtvolumen beträgt damit ca. 65 711 mm<sup>3</sup>.</p>	
Summe Aufgabe 1		45



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
<b>2</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>	
2.1	<p>Der Prüfling...</p> <p><b>... bestimmt die Ebenengleichung des Parkdecks in Parameterform und Koordinatenform</b></p>	5 (I)
	<p>Der Ortsvektor und die Spannvektoren ergeben sich aus den gegebenen Punkten.</p> $E_P : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 31 \\ 20 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 42 \\ 10 \\ -0,5 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R}$ <p>Mit den Spannvektoren <math>\vec{u}</math> und <math>\vec{v}</math> erfolgt die Bestimmung des Normalenvektors <math>\vec{n}_1</math> mittels Vektorprodukt: <math>\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -26,5 \\ -530 \end{pmatrix}</math> wähle: <math>\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -20 \end{pmatrix}</math></p> <p>Hieraus ergibt sich die Koordinatenform: <math>E_P : x_2 + 20x_3 = 115</math></p>	
2.2	<b>... bestimmt die Schnittgerade</b>	5 (I)
	<p>Da die Wand parallel zur <math>x_1</math>- und zur <math>x_3</math>-Achse verläuft ergibt sich als Normalenform</p> $E_W : \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 37,5 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = 0$ <p>und somit die Koordinatengleichung <math>E_W : x_2 = 15</math>.</p> <p>Zur Bestimmung der Schnittgerade kann man das aus den beiden Koordinatengleichungen bestehende lineare Gleichungssystem lösen. Es ergibt sich als eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden:</p> $g_S : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad l \in \mathbb{R}$	
2.3	<p><b>... leitet den Wert für k her</b></p> <p><b>... zeigt, dass der Übergang durch die Gerade ... beschrieben wird</b></p>	7 (III) 5 (II)
	<p>Aus der angegebenen Ebenengleichung erhält man den Normalenvektor</p> $\vec{n}_{Ak} = \begin{pmatrix} 0 \\ -k \\ 1 \end{pmatrix}.$	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	<p>Der Steigungswinkel der Rampe folgt aus: <math>\cos \frac{\pi}{9} = \frac{\begin{vmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -k \\ 1 \end{pmatrix} \\ \sqrt{1} \cdot \sqrt{k^2 + 1} \end{vmatrix}}</math></p> <p>Durch Umformung erhält man die Gleichung:</p> $k^2 + 1 - \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{9}} = 0 \text{ und somit die Lösungen:}$ $k_1 = 0,36397 \text{ und } k_2 = -0,36397.$ <p>Auf Grund der Konstruktion des Richtungsvektors <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}</math> der Ebenendarstellung</p> <p>würde ein negatives k dazu führen, dass die Neigung der Auffahrebene <math>E_{Ak}</math> nicht zum Parkdeck hinauf, sondern hinunter zeigt. Daher ist ein positives k erforderlich, also <math>k_1 = 0,36397</math> der gesuchte Wert.</p> <p>Der Übergang zwischen dieser Auffahrrampe und der Parkebene in der Wand W lässt sich durch die Gerade <math>g_s</math> beschreiben. Die Gerade <math>g_s</math> liegt in der Ebene <math>E_{Ak}</math>, da ihr Richtungsvektor identisch mit einem Richtungsvektor der Ebene ist und der Aufpunkt (für <math>s=17</math> und <math>t=0</math>) in der Ebene <math>E_{Ak}</math> liegt.</p> <p>Gleichzeitig sind der Richtungsvektor dieser Geraden und <math>\overrightarrow{W_1 W_2}</math> offensichtlich auch kollinear. <math>W_1</math> ist mit <math>s=17</math> und <math>t=0</math> in <math>E_{Ak}</math> enthalten.</p>	
2.4	<p><b>... bestimmt die Geradengleichung der Treppe</b> <b>... berechnet den Winkel</b></p>	<p>4 (I) 7 (II)</p>
	<p>Der Richtungsvektor der Geraden <math>g_T</math> ergibt sich aus den beiden bekannten Punkten: <math>\vec{u} = \begin{pmatrix} 48 \\ 25 \\ 4,5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 48 \\ 18 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 4,5 \end{pmatrix}</math></p> <p>Eine Parameterdarstellung der Geraden liefert <math>g_T: \vec{x} = \begin{pmatrix} 48 \\ 18 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 4,5 \end{pmatrix}</math></p> <p>Der Winkel zwischen der Geraden <math>g_T</math> und der Ebene <math>E_p</math> ergibt sich aus dem Normalenvektor der Ebene und dem Richtungsvektor der Geraden:</p>	



Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
	$\sin \beta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{n}_1 }{ \vec{u}  \cdot  \vec{n}_1 } = \frac{\left  \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 4,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 20 \end{pmatrix} \right }{166,64} = 0,582$ $\Rightarrow \beta = 35,59^\circ$ <p>Der Winkel beträgt etwa 35,59°</p>	
2.5	<p>... <b>ermittelt die Stelle des Schnittpunkts mit der Dachebene</b> ... <b>leitet die Koordinaten der Eckpunkte her</b></p>	<p>6 (II) 6 (III)</p>
	<p>Einsetzen von <math>g_T</math> in <math>E_D</math> liefert <math>r = \frac{87}{52}</math></p> <p>Das Einsetzen von <math>r</math> in die Geradengleichung <math>g_T</math> liefert den Schnittpunkt: <math>S(48   29,71   7,53)</math></p> <p>Die Treppe soll eine Breite von einer zwei Meter großen Person begangen werden können. Eine um 2 Einheiten nach oben und parallel zu <math>g_T</math> laufende Geradengleichung <math>g_{T2}</math> lautet:</p> $g_{T2}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 48 \\ 18 \\ 2 \end{pmatrix} + a \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 4,5 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$ <p>Einsetzen von <math>g_{T2}</math> in <math>E_D</math> liefert <math>a = \frac{67}{52}</math></p> <p>Das Einsetzen von <math>r</math> in die Geradengleichung <math>g_T</math> liefert den Schnittpunkt: <math>S_2(48   27,02   7,8)</math>.</p> <p>Da die Treppe eine Breite von 1 m haben soll, erhält man für die Koordinaten der vier Eckpunkte der gesuchten viereckigen Öffnung durch Addieren von 0,5 bzw. -0,5 zu den <math>x_1</math>-Koordinaten von <math>S</math> und <math>S_2</math>:</p> <p><math>D_1(48,5   29,71   7,53)</math>, <math>D_2(47,5   29,71   7,53)</math>  <math>D_3(47,5   27,02   7,8)</math>, <math>D_4(48,5   27,02   7,8)</math></p>	
Summe Aufgabe 2		45





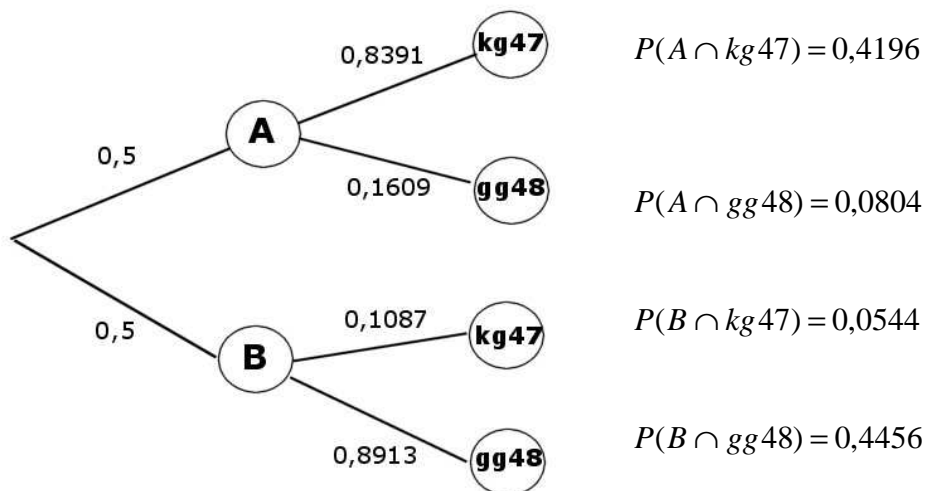
	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)																					
3	(Aufgabenstellung)																						
3.1	Der Prüfling...  ... bestimmt die Wahrscheinlichkeiten ... ... gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilungen an	4 (I) 4 (I)																					
	$P_B(2) = P_B(3) = P_B(4) = P_B(5) = \frac{1}{6}$ laut Vorgabe  mit dem Ansatz $x = P_B(1)$ folgt laut Vorgabe $2x = P_B(6)$  $x + 2x + 4 \cdot \frac{1}{6} = 1$ liefert dann: $P_B(1) = \frac{1}{9}$ und $P_B(6) = \frac{2}{9}$  weiterhin ergibt sich: <table><tr><td>i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td><math>P_A(i)</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td></tr><tr><td><math>P_B(i)</math></td><td><math>\frac{1}{9}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{1}{6}</math></td><td><math>\frac{2}{9}</math></td></tr></table>	i	1	2	3	4	5	6	$P_A(i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$P_B(i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	
i	1	2	3	4	5	6																	
$P_A(i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$																	
$P_B(i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$																	
3.2	... ermittelt die Wahrscheinlichkeit für einen Pasch	6 (I)																					
	Insgesamt sind 36 Kombinationen beim gleichzeitigen Werfen zweier Würfel möglich. Laut Konstruktion gilt  $P((2;2)) = P((3;3)) = P((4;4)) = P((5;5)) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$  $P((1;1)) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{54}$ und $P((6;6)) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{27}$  Damit ergibt sich die Wahrscheinlichkeit einen Pasch zu werfen:  $P(Pasch) = 4 \cdot \frac{1}{36} + \frac{1}{54} + \frac{1}{27} = \frac{6+1+2}{54} = \frac{1}{6}$																						



3.3	<p>... <b>berechnet die Wahrscheinlichkeiten für einen Gewinn ...</b> ... <b>entscheidet, ob es sich um ein faires Spiel handelt</b></p>	<p>4 (II) 2 (II)</p>																																																									
	<p>Möglich ist die Bearbeitung in Form einer tabellarischen Übersicht der möglichen Spielergebnisse:</p> <p>In jeder Zelle steht: Gewinner / zugehörige Wahrscheinlichkeit</p> <table><tr><th colspan="2" rowspan="2"></th><th colspan="6">Wurfergebnis Spieler A</th></tr><tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr><tr><th rowspan="6">Wurfergebnis Spieler B</th><th>1</th><td>A <math>\frac{1}{54}</math></td><td>A <math>\frac{1}{54}</math></td><td>A <math>\frac{1}{54}</math></td><td>A <math>\frac{1}{54}</math></td><td>A <math>\frac{1}{54}</math></td><td>A <math>\frac{1}{54}</math></td></tr><tr><th>2</th><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td></tr><tr><th>3</th><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td></tr><tr><th>4</th><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td></tr><tr><th>5</th><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>B <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td><td>A <math>\frac{1}{36}</math></td></tr><tr><th>6</th><td>B <math>\frac{1}{27}</math></td><td>B <math>\frac{1}{27}</math></td><td>B <math>\frac{1}{27}</math></td><td>B <math>\frac{1}{27}</math></td><td>B <math>\frac{1}{27}</math></td><td>A <math>\frac{1}{27}</math></td></tr></table> <p>Andere Bearbeitungswege sind denkbar.</p> <p>Damit ergibt sich die Gewinnwahrscheinlichkeit von A zu</p> $P(\text{Gewinn A}) = 6 \cdot \frac{1}{54} + (5 + 4 + 3 + 2) \cdot \frac{1}{36} + 1 \cdot \frac{1}{27} = \frac{29}{54} \approx 0,537$ <p>entsprechend <math>P(\text{Gewinn B}) = \frac{25}{54} \approx 0,463</math></p> <p>Die Wahrscheinlichkeit für Spieler A, das Spiel zu gewinnen ist größer als für B, daher ist das Spiel nicht fair.</p>			Wurfergebnis Spieler A						1	2	3	4	5	6	Wurfergebnis Spieler B	1	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	2	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	3	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	4	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	5	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	6	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	A $\frac{1}{27}$	
				Wurfergebnis Spieler A																																																							
		1	2	3	4	5	6																																																				
Wurfergebnis Spieler B	1	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$	A $\frac{1}{54}$																																																				
	2	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$																																																				
	3	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$																																																				
	4	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$																																																				
	5	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	B $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$	A $\frac{1}{36}$																																																				
	6	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	B $\frac{1}{27}$	A $\frac{1}{27}$																																																				
3.4	<p>... <b>erläutert, welche Verteilung der ...</b> ... <b>berechnet die Wahrscheinlichkeiten ...</b></p>	<p>3(II) 4(II)</p>																																																									
	<p>X: Anzahl der 6er bei 60-facher Wiederholung</p> <p>Es handelt sich um die n-fache Wiederholung (n=60) eines Zufallsexperiments mit nur 2 möglichen Ausgängen (6 oder nicht 6). Die Wahrscheinlichkeit für das Werfen einer 6 ändert sich von Wurf zu Wurf nicht.</p> <p>Damit ist die Zufallsgröße X binomialverteilt mit n=60, p=2/9</p> <p>X ist binomialverteilt, Parameter s.o. , also <math>P(X = k) = \binom{60}{k} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^k \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^{60-k}</math></p> <p>Alternativ ist der Weg über die standardisierte Zufallsgröße möglich, liefert aber nur Näherungswerte für die gesuchten Wahrscheinlichkeiten.</p> <p>E<sub>1</sub> : Es werden mindestens 10 und höchstens 15 „6er“ geworfen</p>																																																										



	$P(E_1) = \sum_{i=10}^{15} \binom{60}{i} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^i \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^{60-i}$ <p>Berechnung mit CAS liefert:</p> $P(E_1) \approx 0,640$ <p><math>E_2</math> : Es wird höchstens 46 Mal keine „6“ geworfen, entspricht: mindestens 14 „6er“</p> $P(E_2) = \sum_{i=14}^{60} \binom{60}{i} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^i \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^{60-i}$ <p>Berechnung mit CAS liefert:</p> $P(E_2) \approx 0,468$	
3.5	<p><b>... zeigt, dass für die bedingten Wahrscheinlichkeiten...</b></p> <p><b>... stellt die Merkmale in einem vollständigen Baumdiagramm graphisch dar</b></p>	<p>4(III)</p> <p>5(II)</p>
	<p>Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit <math>n=250</math>.</p> <p>Bei Würfel A gilt <math>p_A = \frac{1}{6}</math> bzw. bei Würfel B <math>p_B = \frac{2}{9}</math></p> <p>Mittels z.B. einer Summierung über die binomialverteilten Wahrscheinlichkeiten von <math>X_A</math> und <math>X_B</math> ergibt sich:</p> $P_A(X \leq 47) = \sum_{i=0}^{47} \binom{250}{i} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^i \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{250-i} \approx 0,839116 \approx 0,8391$ <p>bzw.</p> $P_B(X \leq 47) = \sum_{i=0}^{47} \binom{250}{i} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^i \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^{250-i} \approx 0,108701$ <p>Damit also: <math>P_A(X \leq 47) \approx 0,8391</math> bzw.</p> $P_B(X > 47) = 1 - P_B(X \leq 47) \approx 0,8913$ <p>Die systematische Untersuchung der Merkmale in Form eines Baumdiagramms liefert:</p> <p>hier bedeuten:</p> <p>A: Würfel A wurde verwendet</p> <p>B: Würfel B wurde verwendet</p> <p>kg47: es fielen höchstens 47 6er</p> <p>gg48: es fielen mindestens 48 6er</p>	



Alternative Darstellung in einer Vierfeldertafel (nicht ausdrücklich gefordert):

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>Summe</b>
<b>kg47</b>	0,4196	0,0544	0,4739
<b>gg48</b>	0,0804	0,4456	0,5261
<b>Summe</b>	0,5	0,5	1

3.6

**... beurteilt die Entscheidung des Beobachters ...**  
**... leitet die ... Wahrscheinlichkeiten ... falsche Schlussfolgerungen ... her**

4 (III)  
5 (III)

Die Entscheidung des Beobachters ist als richtig anzusehen, wenn gilt:

$$P_{kg47}(A) > 0,5 \text{ bzw. } P_{gg48}(B) > 0,5$$

Mittels der Formel von Bayes und dem Satz von der Totalen Wahrscheinlichkeit ergibt sich:

$$P_{kg47}(A) = \frac{P(kg47 \cap A)}{P(kg47)} = \frac{P(A) \cdot P_A(kg47)}{P(A) \cdot P_A(kg47) + P(B) \cdot P_B(kg47)}$$

Unter Berücksichtigung der gegebenen Werte ergibt sich:

$$P_{kg47}(A) = \frac{0,5 \cdot 0,8391}{0,5 \cdot 0,8391 + 0,5 \cdot 0,1087} \approx 0,8853$$

Analog ergibt sich:

$$P_{gg48}(B) = \frac{P(gg48 \cap B)}{P(gg48)} = \frac{P(B) \cdot P_B(gg48)}{P(A) \cdot P_A(gg48) + P(B) \cdot P_B(gg48)}$$

und damit der Wert:

$$P_{gg48}(B) = \frac{0,5 \cdot 0,8913}{0,5 \cdot 0,1609 + 0,5 \cdot 0,8913} \approx 0,8471$$

Es liegt also nahe, bei Eintritt des Ereignisses „höchstens 47 6er“ auf Würfel A zu schließen bzw. bei Eintritt von „mehr als 47 6er“ auf Würfel B zu schließen.



	<p>Alternativ ist dieser Aufgabenteil über die Umkehrung des Baumdiagramms zu bearbeiten.</p> <p>Für die falschen Schlussfolgerungen gilt:</p> $P(\text{Irrtum 1}) = P_{kg\,47}(B) = 1 - P_{kg\,47}(A) \approx 0,1147$ <p>bzw.</p> $P(\text{Irrtum 2}) = P_{gg\,48}(A) = 1 - P_{gg\,48}(A) \approx 0,1529$	
<b>Summe Aufgabe 3</b>		<b>45</b>

**Summe Aufgabe 1 – 3** **135**

**b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend**

<b>Anforderungen</b>		Punkte maximal
	Der Prüfling...	
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an	3
<b>Summe Darstellungsleistung</b>		<b>15</b>
<b>Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)</b>		<b>150</b>



## 9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_

### a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punktemaximal	EK	ZK	DK
<b>1</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>				
1.1	Der Prüfling ermittelt eine Funktion dritten Grades	8			
1.2	bestimmt die größte Geschwindigkeit im Testprogramm	6			
1.3	berechnet die stärkste Abnahme bzw. Zunahme	6			
1.4	bestimmt die Gesamtzahl der Umdrehungen	6			
1.5	zeigt, dass die ausgesparte Fläche $44,73 \text{ mm}^2$ entspricht	6			
1.6					
1.6.1	leitet eine Formel zur Berechnung des Volumens des Rotationskörpers her	10			
1.6.2	weist nach, dass das Volumen $65\,700 \text{ mm}^3$ beträgt	3			
<b>Summe Aufgabe 1</b>		<b>45</b>			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>2</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>				
2.1	Der Prüfling bestimmt die Ebenengleichung des Parkdecks in Parameterform und Koordinatenform	5			
2.2	bestimmt die Schnittgerade	5			
2.3					
2.3.1	leitet den Wert für $k$ her	7			
2.3.2	zeigt, dass der Übergang durch die Gerade $g_s$ beschrieben wird	5			
2.4					
2.4.1	bestimmt die Geradengleichung der Treppe	4			
2.4.2	berechnet den Winkel	7			
2.5					
2.5.1	ermittelt die Stelle des Schnittpunkts mit der Dachebene	6			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2.5.2	leitet die Koordinaten der Eckpunkte her	6			
<b>Summe Aufgabe 2</b>		<b>45</b>			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
<b>3</b>	<b>(Aufgabenstellung)</b>				
3.1	Der Prüfling				
3.1.1	bestimmt die Wahrscheinlichkeiten	4			
3.1.2	gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung an	4			
3.2	ermittelt die Wahrscheinlichkeit für einen Pasch	6			
3.3					
3.3.1	berechnet die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn von A	4			
3.3.2	entscheidet, ob es sich um ein faires Spiel handelt	2			
3.4					
3.4.1	erläutert die Verteilung	3			
3.4.2	berechnet die Wahrscheinlichkeiten	4			
3.5					
3.5.1	zeigt rechnerisch die Werte der Wahrscheinlichkeiten	4			
3.5.2	stellt die Merkmale in einem vollständigen Baumdiagramm graphisch dar	5			
3.6					
3.6.1	beurteilt die Entscheidung des Beobachters	4			
3.6.2	leitet die beiden Wahrscheinlichkeiten her, dass der Beobachter falsche Schlussfolgerungen getroffen hat	5			
<b>Summe Aufgabe 3</b>		<b>45</b>			

**Summe inhaltliche Leistung**

<b>135</b>			
------------	--	--	--



**b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend**

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1.	Der Prüfling... stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an	3			
<b>Summe Darstellungsleistung</b>		<b>15</b>			
<b>Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)</b>		<b>150</b>			

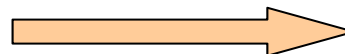




## Notenfindung

% Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	ausreichend minus	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



**150**

	EK	ZK	DK
<b>Notenpunkte</b>			
Ggf. Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK Anlage D			

**Abschließende Bewertung der Klausur:**

\_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ Notenpunkte)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (EK)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (ZK)

\_\_\_\_\_  
Datum                      Unterschrift (DK)